«УТВЕРЖДАЮ» **Руководитель Федеральной службы по надзору в сфере образования и науки**	**«СОГЛАСОВАНО»** **Председатель Научно-методического совета ФИПИ по математике**
В.А. Болотов **«02» ноября 2007 г.**	**Г.Г. Канторович** **«29» октября 2007 г.**

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант КИМ 2008 г.

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Директор ФИПИ **А.Г.Ершов**

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2008 года следует иметь в виду, что задания, включенные в демонстрационный вариант, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2008 году. Полный перечень вопросов, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2008 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайтах www.ege.edu.ru и www.fipi.ru .

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, числе, форме, уровне сложности заданий: базовом, повышенном и высоком. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом (тип «С»), включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки и сдачи ЕГЭ в соответствии с целями, которые они ставят перед собой.

Для правильной распечатки файла демонстрационного варианта по математике необходимо установить на компьютере программное обеспечение MathType версии не ниже 5.0 (см. Примечание в конце файла).

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант 2008 г.

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 26 заданий.

Часть 1 содержит 13 заданий (А1 – А10 и В1 – В3) обязательного уровня по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов. К каждому заданию А1 – А10 приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий надо указать номер верного ответа. К заданиям В1 – В3 надо дать краткий ответ.

Часть 2 содержит 10 более сложных заданий (В4 – В11, С1, С2) по материалу курса «Алгебра и начала анализа» 10-11 классов, а также различных разделов курсов алгебры и геометрии основной и средней школы. К заданиям В4 – В11 надо дать краткий ответ, к заданиям С1 и С2 – записать решение.

Часть 3 содержит 3 самых сложных задания, два – алгебраических (С3, С5) и одно – геометрическое (С4). При их выполнении надо записать обоснованное решение.

За выполнение работы выставляются две оценки: аттестационная отметка и тестовый балл. Аттестационная отметка за усвоение курса алгебры и начал анализа 10-11 классов выставляется по пятибалльной шкале. При ее выставлении не учитывается выполнение <u>четырех</u> заданий (В9, В10, В11, С4). В тексте работы номера этих заданий отмечены звездочкой.

Тестовый балл выставляется по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, полученных за выполнение всех заданий работы.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

ЧАСТЬ 1

При выполнении заданий А1 – А10 в бланке ответов № 1 под номером выполняемого задания поставьте знак "×" в клеточке, номер которой соответствует номеру выбранного вами ответа.

A1 Выполните действия $6c^{\frac{3}{7}} + 4\left(c^{\frac{1}{7}}\right)^3$.

1) $70c^{\frac{3}{7}}$ 2) $70c^{\frac{6}{7}}$ 3) $10c^{\frac{6}{7}}$ 4) $10c^{\frac{3}{7}}$

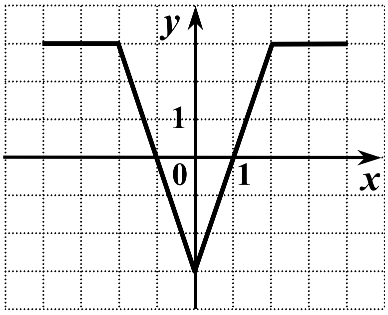
A2 Найдите значение выражения $4 \cdot 3^{\log_3 5}$.

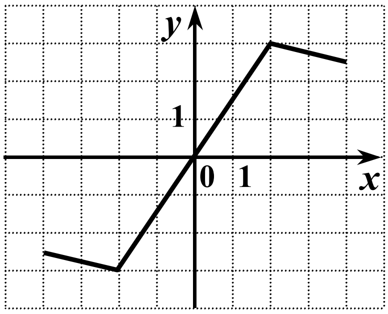
1) $\log_3 20$ 2) 625 3) $12\log_3 5$ 4) 20

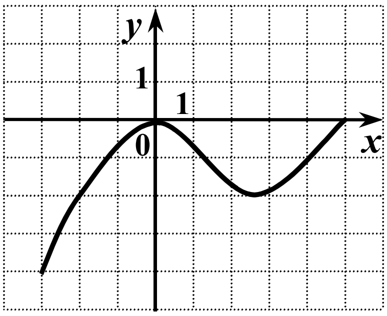
A3 Вычислите: $\dfrac{\sqrt[3]{189}}{3\sqrt[3]{7}}$.

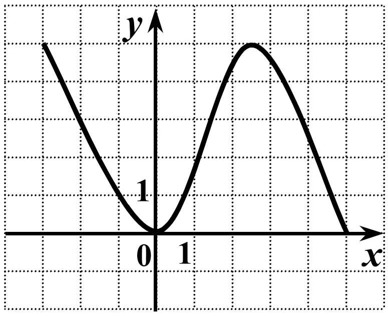
1) 1 2) $\dfrac{1}{3}$ 3) 9 4) 27

A4 На одном из рисунков изображен график чётной функции. Укажите этот рисунок.

1) 

2) 

3) 

4) 

A5 Найдите производную функции $y = x^6 - 4\sin x$.

1) $y' = 6x^5 + 4\cos x$

2) $y' = 6x^5 - 4\cos x$

3) $y' = \dfrac{x^7}{7} + 4\cos x$

4) $y' = x^5 - 4\cos x$

A6 Найдите множество значений функции $y = 1{,}5 + \log_{2,5} x$.

1) $(-\infty; +\infty)$
2) $(0; +\infty)$
3) $(1{,}5; +\infty)$
4) $(-\infty;\ 1{,}5)$

A7 Решите уравнение $\cos 2x = 1$.

1) $\frac{\pi}{4} + \pi n, \quad n \in Z$

2) $\pi n, \quad n \in Z$

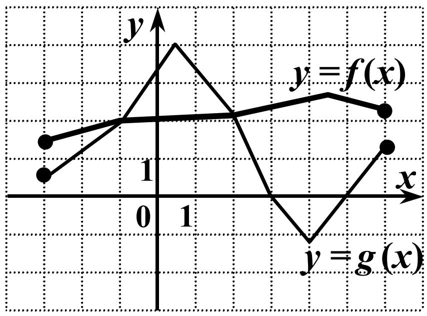
3) $\frac{\pi n}{2}, \quad n \in Z$

4) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, \quad n \in Z$

A8 Решите неравенство $\log_{\frac{1}{7}}(x+3) > -1$.

1) $(-\infty;\ 7)$
2) $(-\infty;\ 4)$
3) $(-3;\ 4)$
4) $(-3;\ 7)$

A9 На рисунке изображены графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$, заданных на промежутке $[-3;\ 6]$. Укажите те значения x, для которых выполняется неравенство $f(x) \geq g(x)$.



1) $[-1;\ 2]$

2) $[-3;\ 3] \cup [5;\ 6]$

3) $[-3;\ 2]$

4) $[-3; -1] \cup [2;\ 6]$

A10 Найдите область определения функции $y=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{5-4x}-\frac{1}{27}}$.

1) $(0{,}5;\ +\infty)$ 2) $(-\infty;\ 0{,}5]$ 3) $[0{,}5;\ +\infty)$ 4) $[2;\ +\infty)$

Ответом на задания В1 – В11 должно быть некоторое целое число или число, записанное в виде десятичной дроби. Это число надо записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус отрицательного числа и запятую в записи десятичной дроби пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

B1 Найдите значение выражения $3\sin^2\alpha-7\cos^2\alpha$, если $\cos\alpha=-\ 0{,}1$.

B2 Решите уравнение $7^{x+1}-5\cdot 7^{x}=98$.

B3 Решите уравнение $\sqrt{2x^2-x-6}=-x$.

ЧАСТЬ 2

B4 Вычислите значение выражения

$$\log_2\sin\frac{\pi}{12}+\log_2\sin\frac{\pi}{6}+\log_2\sin\frac{5\pi}{12}.$$

B5 Прямая, проходящая через начало координат, является касательной к графику функции $y=f(x)$ в точке $A(-7;14)$. Найдите $f'(-7)$.

B6 Найдите количество целочисленных решений неравенства $6-5x-x^2\geq 0$, удовлетворяющих условию $1+\mathrm{tg}^2\frac{\pi x}{4}>0$.

B7 Решите уравнение $25x^2-20x+6=\left(\sqrt{2}-\cos\frac{5\pi x}{4}\right)\left(\sqrt{2}+\cos\frac{5\pi x}{4}\right)$.(Если уравнение имеет более одного корня, то в бланке ответов запишите сумму всех его корней).

B8 Функция $y=f(x)$ определена на всей числовой прямой и является четной периодической функцией с периодом, равным 6. На отрезке $[0;3]$ функция задана формулой $f(x)=2+2x-x^2$. Определите количество нулей этой функции на отрезке $[-5;4]$.

***B9** В комиссионном магазине цена товара, выставленного на продажу, ежемесячно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый месяц уменьшалась цена магнитофона, если, выставленный на продажу за 4000 рублей, после двух снижений он был продан за 2250 рублей.

***B10** Основание прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ – правильный треугольник ABC, сторона которого равна $8\sqrt{3}$. На ребре BB_1 отмечена точка P так, что $BP:PB_1=3:5$. Найдите тангенс угла между плоскостями ABC и ACP, если расстояние между прямыми BC и A_1C_1 равно 16.

***B11** Сторона правильного шестиугольника ABCDEF равна $32\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник MPK, если точки M, P и K − середины сторон AB, CD, EF соответственно.

Для записи ответов на задания С1 и С2 используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем решение.

С1 Найдите наибольшее значение функции

$$f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2.$$

С2 Решите уравнение $\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\dfrac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}$.

ЧАСТЬ 3

Для записи ответов на задания (С3 – С5) используйте бланк ответов №2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем обоснованное решение.

С3 Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $(-3;-1]$ значение выражения x^4-8x^2-2 **не равно** значению выражения ax^2.

***С4** Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

С5 Решите уравнение $f(g(x))+g(3+f(x))=30$, если известно, что

$$f(x)=0,5x^4-4x+5 \text{ и } g(x)=\begin{cases}25, & x\ge 4\\ 2^x+\dfrac{9}{5-x}, & x<4\end{cases}.$$

Ответы к заданиям демонстрационного варианта по математике.

Ответы к заданиям с выбором ответа

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
А1	4	**А6**	1
А2	4	**А7**	2
А3	1	**А8**	3
А4	1	**А9**	4
А5	2	**А10**	3

Ответы к заданиям с кратким ответом

№ задания	Ответ
В1	2,9
В2	2
В3	−2
В4	−3
В5	−2
В6	6
В7	0,4
В8	4
В9	25
В10	0,5
В11	24

Ответы к заданиям с развернутым ответом

№ задания	Ответ
С1	2
С2	$\pm 0,5$
С3	$\left(-\infty;-9\right)\cup\left[\frac{7}{9};+\infty\right)$
С4	$\frac{1}{\sqrt{6}}$
С5	−1

КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ И ОЦЕНКИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ С РАЗВЁРНУТЫМ ОТВЕТОМ

C1 Найдите наибольшее значение функции
$f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2$.

Решение:

1) Функция f определена только при $-1\le x\le 1$. При этих значениях x $\sqrt{1-x^2}\le 1$, и поэтому $\sqrt{1-x^2}-2<0$. Следовательно,
$f(x)=\left|\sqrt{1-x^2}-2\right|+\sqrt{1-x^2}+x^3-3x^2=x^3-3x^2+2$.

2) Найдем наибольшее значение функции $f(x)=x^3-3x^2+2$ на отрезке $-1\le x\le 1$. $f'(x)=3x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0;\\ x=2.\end{array}\right.$ Но $x=2$ не лежит на отрезке $-1\le x\le 1$. Сравним числа $f(-1)=-2$, $f(0)=2$ и $f(1)=0$. Наибольшее из них 2. Значит, $\max\limits_{-1\le x\le 1} f(x)=2$.

Ответ: 2.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания C1
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) найдена область определения функции и упрощена формула, задающая функцию; 2) найдено наибольшее значение функции. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущены описка и/или вычислительная ошибка в шаге 2), не влияющие на дальнейший ход решения. В результате этой описки или ошибки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

C2

Решите уравнение $\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\dfrac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}$.

Решение:

$$1)\log_{3-4x^2}\left(9-16x^4\right)=2+\frac{1}{\log_2\left(3-4x^2\right)}\Leftrightarrow\begin{cases}1+\log_{3-4x^2}\left(3+4x^2\right)=2+\log_{3-4x^2}2\\3-4x^2>0\\3-4x^2\neq 1\end{cases}.$$

$$2)\begin{cases}\log_{3-4x^2}\dfrac{3+4x^2}{2}=1\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3+4x^2=2\left(3-4x^2\right)\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x|=\dfrac{1}{2}\\|x|<\dfrac{\sqrt{3}}{2}\\|x|\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{2}.$$

Ответ: $\pm\dfrac{1}{2}$

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С2
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) уравнение сведено к равносильной ему системе, состоящей из уравнения и двух неравенств; 2) решена полученная система. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допущена вычислительная ошибка или описка в шаге 2), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате этой ошибки или описки может быть получен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

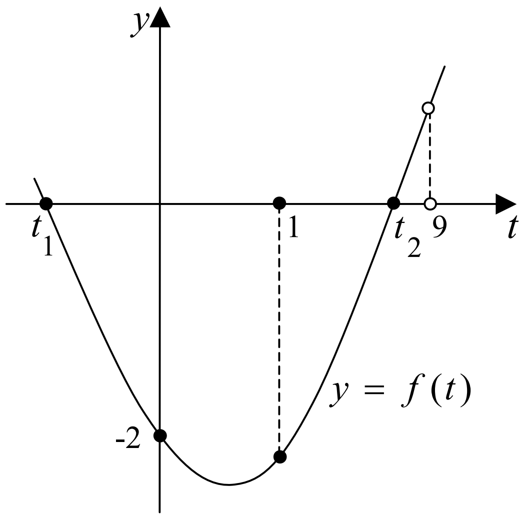
C3 Найдите все значения a, для которых при каждом x из промежутка $(-3;-1]$ значение выражения x^4-8x^2-2 не равно значению выражения ax^2.

Решение:

1) Значения указанных в задаче выражений не равны друг другу тогда и только тогда, когда выполнено условие

$x^4-8x^2-2\neq ax^2 \Leftrightarrow f(t)\neq 0$, где $t=x^2$ и $f(t)=t^2-(a+8)t-2$.

Следовательно, в задаче требуется, чтобы уравнение $f(t)=0$ не имело корней на промежутке $\left[(-1)^2;(-3)^2\right)=[1;9)$.



2) График функции $y=f(t)$ (относительно переменной $t\in\mathbb{R}$) есть парабола, изображенная на рисунке: ее ветви направлены вверх, а точка пересечения с осью ординат лежит ниже оси абсцисс (так как $f(0)=-2$). Поэтому квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня $t_1<0$ и $t_2>0$. Если $0<t<t_2$, то $f(t)<0$, а если $t>t_2$, то $f(t)>0$, поэтому уравнение $f(t)=0$ имеет корень на промежутке $[1;9)$ тогда и только тогда, когда $1\le t_2<9 \Leftrightarrow \begin{cases} f(1)\le 0 \\ f(9)>0 \end{cases}$.

3) Решим полученную систему: $\begin{cases} 1^2-(a+8)-2\le 0 \\ 9^2-9(a+8)-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow -9\le a<\dfrac{7}{9}$.

Итак, уравнение $f(t)=0$ не имеет корней на промежутке $[1;9)$ для всех остальных значений a, т. е. тогда и только тогда, когда $a<-9$ или $a\ge\dfrac{7}{9}$.

Ответ: $a<-9$, $a\ge\dfrac{7}{9}$.

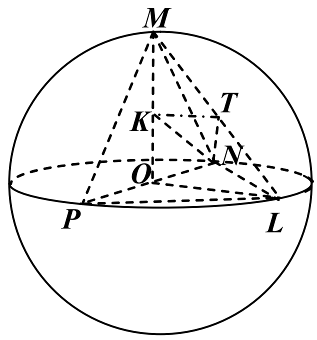
Замечание: в работах выпускников в шаге 2) могут отсутствовать словесные описания, а корни квадратного трехчлена $f(t)$ могут быть вычислены.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С3
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) задача сведена к исследованию корней квадратного уравнения $f(t)=0$ на соответствующем промежутке; 2) показано (возможно, только с помощью рисунка), что квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня разного знака, и получены два условия на параметр a, система которых

	необходима и достаточна для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке; 3) полученные неравенства решены и найдены оба множества, составляющие искомое множество значений параметра a. Все преобразования и вычисления верны. Получен верный ответ.
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. Допускается, что не показано (ни словесно, ни с помощью рисунка), что квадратный трехчлен $f(t)$ имеет два корня разного знака. В шаге 2, возможно, содержатся неточности, состоящие в том, что строгие (нестрогие) неравенства заменены нестрогими (строгими). Ответ получен и либо верен, либо отличается от верного из-за допущенных в шаге 2 неточностей.
2	Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 2 получены неравенства на параметр *a*, система которых необходима и достаточна для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке. Возможно, что при этом допущены неточности, состоящие в том, что строгие (нестрогие) неравенства заменены нестрогими (строгими). В шаге 3 найдено (возможно, неверно из-за допущенных в шаге 2 неточностей): • либо множество значений параметра *a*, при которых квадратное уравнение $f(t)=0$ имеет корень на соответствующем промежутке, • либо хотя бы одно из двух множеств, составляющих искомое множество значений параметра *a*.
1	Приведены шаги 1 и 2 решения, а шаг 3 отсутствует, содержит ошибки или не доведен до конца. В шаге 2 получено хотя бы одно из неравенств на параметр *a*, необходимое для того, чтобы квадратное уравнение $f(t)=0$ имело корень на соответствующем промежутке, при этом в нем, возможно, строгое (нестрогое) неравенство заменено нестрогим (строгим).
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 – 4 балла.

***C4** Отрезок PN – диаметр сферы. Точки M, L лежат на сфере так, что объем пирамиды PNML наибольший. Найдите синус угла между прямой NT и плоскостью PMN, если T – середина ребра ML.

Решение



1) Пусть O – центр сферы, а R – ее радиус. Тогда $PN = 2R$ как диаметр сферы. Поскольку точки M и L лежат на сфере, то $OP = OL = ON = OM = R$. Сечения сферы плоскостями PLN и PMN – окружности радиуса R, описанные вокруг треугольников PLN и PMN, причем $\angle PMN = \angle PLN = 90^0$ как вписанные углы, опирающиеся на диаметр PN.

2) Пусть H – высота пирамиды PNML, опущенная из вершины M, и h – высота треугольника PLN, проведенная к стороне PN. Поскольку точка M лежит на сфере, а плоскость PLN содержит центр сферы, то $H \le R$, причем $H = R$, если $MO \perp PNL$. Аналогично, поскольку точка L лежит на сфере, то $h \le R$, причем $h = R$, если $LO \perp PN$. Отсюда для объема пирамиды PNML имеем

$V_{PNML} = \frac{1}{3}S_{PNL} \cdot H = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot PN \cdot h \cdot H \le \frac{1}{6}\cdot 2R \cdot R \cdot R = \frac{R^3}{3}$. При этом $V_{PNML} = \frac{R^3}{3}$, только если $H = h = R$. Таким образом, пирамида PNML имеет наибольший объем, если треугольники PLN и PMN – прямоугольные и равнобедренные, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях.

3) Поскольку $MO \perp PLN$, то $MO \perp OL$. Но $PN \perp OL$ и поэтому по признаку перпендикулярности прямой и плоскости $PMN \perp OL$. Пусть K – середина MO. Проведем KT – среднюю линию треугольника OLM. Тогда $KT \| OL$. Значит, $KT \perp PMN$ и поэтому KN – проекция NT на плоскость PMN и $\angle TNK$ – угол между прямой NT и плоскостью PMN. Пусть $\angle TNK = \alpha$.

4) По свойству средней линии $KT = 0{,}5OL = 0{,}5R$. Так как треугольники LON, LOM, NOM равны по двум катетам, то треугольник MNL – правильный со стороной $LN = ON\sqrt{2} = R\sqrt{2}$. NT – высота треугольника MNL, значит,

$NT = \frac{NL\sqrt{3}}{2} = \frac{R\sqrt{6}}{2}$. Отсюда $\sin\alpha = \frac{KT}{NT} = \frac{R/2}{R\sqrt{6}/2} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

Ответ: $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

Баллы	Критерии оценки выполнения задания С4
4	Приведена верная последовательность шагов решения: 1) установлено, что треугольники PLN и PMN – прямоугольные; 2) установлено, что в пирамиде PMNL, имеющей наибольший объем и вписанной в данную сферу, треугольники PLN и PMN – равнобедренные, лежащие во взаимно перпендикулярных плоскостях; 3) построен угол между прямой NT и плоскостью PMN; 4) вычислен синус угла между прямой NT и плоскостью PMN. Обоснованы ключевые моменты решения: а) вид пирамиды, имеющей наибольший объем, вписанной в данную сферу; б) построение угла между прямой NT и плоскостью PMN. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
3	Приведены все шаги решения 1) – 4). Приведены утверждения, составляющие ключевые моменты а) и б) решения: явно описан вид искомой пирамиды и построен искомый угол. Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения или неточности в обоснованиях[1], но не грубые ошибки. Допустимы одна описка и/или негрубая ошибка в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этой описки и/или ошибки возможен неверный ответ.
2	Приведены шаги решения 2) – 4). Допустимо отсутствие утверждений, составляющих ключевые моменты а) и б) решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок. Получена искомая величина синуса угла между прямой NT и плоскостью PMN. Допустимы описки и/или негрубые ошибки в вычислениях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этого возможен неверный ответ.
1	Ход решения правильный, но решение не завершено: имеется шаг 2) решения, который описан словесно или ясно отражен и виден на чертеже (в соответствующих треугольниках обозначены углы, равные 90^0, и равные стороны). Приведенные в решении обоснования и вычисления не содержат грубых ошибок.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок 1 – 4 баллов.

[1] Неточностью в обоснованиях является замена свойства на определение или на признак, или наоборот, а также неверные названия теорем или формул.

C5 Решите уравнение $f(g(x))+g(3+f(x))=30$, если известно, что $f(x)=0{,}5x^4-4x+5$ и $g(x)=\begin{cases}25, & x\ge 4\\ 2^x+\dfrac{9}{5-x}, & x<4\end{cases}$.

Решение:

1) Так как $f'(x)=\left(0{,}5x^4-4x+5\right)'=2x^3-4$, то $x=\sqrt[3]{2}$ - единственная критическая точка. Если $x<\sqrt[3]{2}$, то $f'(x)<0$, а если $x>\sqrt[3]{2}$, то $f'(x)>0$. Значит, $x=\sqrt[3]{2}$ - точка минимума. Поэтому $f_{наим}=f\left(\sqrt[3]{2}\right)=5-3\cdot\sqrt[3]{2}$.

2) Так как $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1 \Leftrightarrow 4>3\cdot\sqrt[3]{2} \Leftrightarrow 64>27\cdot 2$, то $f_{наим}>1$. Значит, $3+f(x)>4$ для всех x и поэтому $g(3+f(x))=25$ для всех x. Получаем уравнение

$$f(g(x))+25=30 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow f(g(x))=5 \Leftrightarrow 0{,}5(g(x))^4-4g(x)+5=5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x)=0\\ g(x)=2\end{array}\right. .$$

Так как $g(x)>0$ для всех x, то уравнение $g(x)=0$ корней не имеет.

3) Решим уравнение $g(x)=2$. Если $x\ge 4$, то $g(x)=25$ и корней нет. Если $x<4$, то $g(x)=2^x+\dfrac{9}{5-x}$. Так как $g'(x)=\left(2^x+\dfrac{9}{5-x}\right)'=2^x\ln 2+\dfrac{9}{(5-x)^2}>0$, то на промежутке $(-\infty;4)$ функция g возрастает. Значит, уравнение $g(x)=2$ имеет не более одного корня, а один корень находится и проверяется подстановкой: если $x=-1$, то $2^x+\dfrac{9}{5-x}=0{,}5+1{,}5=2$.

Ответ: -1.

Замечания.

1) В шаге 1) можно обойтись и без производной: $0{,}5x^4-4x+5>1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^4-8x+8>0 \Leftrightarrow x^4-4x^2+4+4x^2-8x+4>0 \Leftrightarrow (x^2-2)^2+4(x-1)^2>0$,

где последнее неравенство верно, так как $(x^2-2)^2$ и $4(x-1)^2$ не обращаются в ноль одновременно.

2) Аналогично, в шаге 3) проверку неравенства $g'(x)>0$ можно заменить ссылкой на то, что $g(x)$ есть сумма двух возрастающих функций.

Баллы	**Критерии оценки выполнения задания С5**
4	Приведена верная последовательность всех шагов решения: 1) исследование функции f; 2) сведение исходной задачи к уравнению $f(g(x))=5$, его решение; проверка того, что уравнение $g(x)=0$ не имеет корней; 3) решение уравнения $g(x)=2$. Обоснованы все моменты решения: а) нахождение $f_{наим}$ обосновано исследованием знака производной; б) неравенство $f_{наим}>1$ обосновано проверкой неравенства $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1$; в) отсутствие корней уравнения $g(x)=0$ обосновано положительностью функции g; г) единственность корня $x=-1$ обоснована проверкой возрастания функции g при $x<4$. Все преобразования и вычисления верны. Получен верный ответ.
3	Приведена верная последовательность всех шагов решения. В шаге 3) допустима лишь констатация возрастания g без ее проверки. Обоснованы ключевые моменты а), б). Допустима 1 описка и/или негрубая вычислительная ошибка в одном из шагов 2) или 3), в результате чего может быть получен неверный ответ.
2	Приведена в целом верная, но, возможно, неполная последовательность шагов решения. Выполнены верно шаги 1) и 2): задача сведена к решению уравнения $g(x)=2$. Обоснован ключевой момент а). Допустимо, что неравенство $5-3\cdot\sqrt[3]{2}>1$ приведено без проверки. Допустимо, что дальнейшее исследование уравнения не завершено. Допустимы 1-2 негрубые ошибки или описки в вычислениях в шаге 3), не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате решение может быть не завершено.
1	Ход решения верный. Выполнен верно шаг 1): найдена точка минимума и наименьшее значение функции f. Обоснован ключевой момент а). Допустимо, что дальнейшее выполнение не завершено, а остальные ключевые моменты не обоснованы.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют указанным выше критериям выставления оценок в 1, 2, 3, 4 балла.

Примечание

Данное программное обеспечение можно скачать из интернета по указанным адресам:

Сайт программы	http://www.dessci.com/en/
Прямая ссылка (30 дней бесплатно)	http://www.dessci.com/en/dl/MathType52Setup.exe